



You have downloaded a document from  
**RE-BUŚ**  
repository of the University of Silesia in Katowice

**Title:** Teoriogrowe analizy zjawisk politycznych z wykorzystaniem programu Gambit

**Author:** Mateusz Wajzer

**Citation style:** Wajzer Mateusz. (2018). Teoriogrowe analizy zjawisk politycznych z wykorzystaniem programu Gambit. „Studia Politologiczne” (Vol. 49, 2018, s. 202-215)



Uznanie autorstwa - Licencja ta pozwala na kopiowanie, zmienianie, rozprowadzanie, przedstawianie i wykonywanie utworu jedynie pod warunkiem oznaczenia autorstwa.



UNIWERSYTET ŚLĄSKI  
W KATOWICACH



Biblioteka  
Uniwersytetu Śląskiego



Ministerstwo Nauki  
i Szkolnictwa Wyższego

Mateusz Wajzer

## Teoriogrowe analizy zjawisk politycznych z wykorzystaniem programu Gambit\*

### SŁOWA KLUCZOWE:

*Gambit, teoria gier, zjawiska polityczne, modele matematyczne, narzędzia informatyczne*

Trudno wyobrazić sobie pracę naukową bez użycia szeregu nowoczesnych narzędzi informatycznych. Usprawniają one i przyspieszają proces badawczy – dają możliwość analizy wielu rozwiązań i wariantów przy stosunkowo niewielkich nakładach pracy i środków materialnych. Jednym z takich narzędzi jest program Gambit. Znajduje on zastosowanie w badaniach z zakresu teorii gier. W artykule zaprezentowano wybrane możliwości użycia Gambita w teoriogrowych analizach zjawisk politycznych. W tym celu wyróżniono dwa obszary badawcze: jeden dotyczy problematyki wyborczej, drugi – konfliktów zbrojnych.

Artykuł składa się z pięciu części. W pierwszej i drugiej omówiono podstawowe pojęcia teorii gier oraz dokonano krótkiej charakterystyki programu Gambit. W częściach trzeciej i czwartej podano przykłady użycia Gambita w badaniach politologicznych. Zostały one szczegółowo omówione. Artykuł wieńczy podsumowanie.

---

\* Dr inż. Paweł Raif oraz dr Przemysław Juszcuk udzieli autorowi wielu cennych uwag w trakcie pisania artykułu, za co należą się im podziękowania.

## Czym jest teoria gier?

Teorię gier można zdefiniować jako sztukę tworzenia matematycznych modeli sytuacji konfliktu i współpracy zachodzących pomiędzy inteligentnymi i racjonalnymi graczami<sup>1</sup>. Teoria gier dostarcza zatem technik matematycznych umożliwiających analizę sytuacji strategicznych, tzn. sytuacji wzajemnej zależności dwóch (gry dwuosobowe) bądź większej liczby graczy (gry  $n$ -osobowe), w których „skutki wyboru strategii przez graczy są współ-determinowane przez strategie wybierane przez innych graczy, co sprawia, iż każdy z graczy uwikłanych w daną sytuację uzależnia swoją decyzję o wyborze strategii od własnych predykcji odnośnie do tego, co zrobi inny gracz, mając równocześnie świadomość, że jego przeciwnik dokonuje wyboru swoich strategii w analogiczny sposób”<sup>2</sup>.

W tak rozumianej grze w roli graczy występują najczęściej pojedyncze osoby, choć nie zawsze, gdyż mogą nimi być również grupy czy koalicje graczy, w ramach których dochodzi do uzgadniania interesów oraz do koordynacji działań. Racjonalność uczestników gry oznacza, że każdy z nich stara się zmaksymalizować swoją funkcję użyteczności, dokonując wyboru nie tylko pomiędzy rozwiązaniami pewnymi (wypłatami „deterministycznymi”), lecz także w razie konieczności jest w stanie określić swoją preferencję na loteriach, tj. potrafi decydować w sytuacjach ryzyka, gdy nie sposób przewidzieć wynik gry, a znany jest jedynie rozkład prawdopodobieństwa na zbiorze możliwych wyników<sup>3</sup>.

Powyższa eksplikacja pojęcia racjonalności wskazuje na trzy substancjalne cechy teorii gier. Po pierwsze, założenie, że gracze starają się wybierać strategie maksymalizujące oczekiwaną wartość przypisanych im wypłat, koncentruje uwagę jedynie na środkach służących do realizacji określonych celów i pragnień, nie zaś na samych celach czy pragnieniach – z tego powodu teoria gier implikuje wyłącznie racjonalność instrumentalną. Po drugie, wbrew potocznym opiniom, zdanie się na mechanizm losowy w wyborze strategii wcale nie musi oznaczać braku racjonalności, ponieważ granie strategiami mieszanymi, np. ze z góry przyjętą powtarzalnością określonego wyboru, byłoby bardzo łatwe do odczytania przez przeciwnika. Po trzecie, założenie, że ludzie zazwyczaj postępują racjonalnie, ma charakter idealizacyjny. Modele budowane w ramach teorii gier

---

<sup>1</sup> R.B. Myerson, *Game Theory: Analysis of Conflict*, Cambridge–London 1997, s. 1.

<sup>2</sup> W. Załuski, *Racjonalność i teoria gier*, [w:] M. Gorazda, Ł. Hardt, T. Kwarciański (red.), *Metaekonomia. Zagadnienia z filozofii ekonomii*, Kraków 2016, s. 277.

<sup>3</sup> M. Małowski, A. Wieczorek, H. Sosnowska, *Konkurencja i kooperacja. Teoria gier w ekonomii i naukach społecznych*, Warszawa 1997, s. 53.

upraszczają badaną rzeczywistość, czyniąc przedmiotem zainteresowań wybrane aspekty. Zabieg ten znacznie podnosi efektywność metod numerycznych, a w wielu przypadkach w ogóle pozwala na ich przeprowadzenie. Jedną z jego niepożądanych konsekwencji, podnoszoną często przez krytyków stosowania metod matematycznych w naukach społecznych, są rozbieżności zachodzące między przewidywaniami a obserwacjami. Nie sposób ich jednak uniknąć, zwłaszcza zaś przy dużej ogólności modelu.

Jednym z najistotniejszych pojęć teorii gier jest równowaga Nasha. Jest to optymalna kombinacja strategii graczy, co oznacza, że żaden gracz, zmieniając swoją strategię, nie może niczego zyskać, jeżeli pozostali postanowią pozostać przy swoich wyborach. Co istotne, w każdej skończonej grze występuje przynajmniej jedna równowaga Nasha, przy czym niekoniecznie w strategiach czystych. Jak pokazuje paradoks zwany dylematem więźnia, równowaga Nasha nie musi być efektywna w sensie Pareto<sup>4</sup>.

Początki współczesnej teorii gier należy wiązać z publikacją prac Ernsta Zermelo<sup>5</sup>, Émile Borela<sup>6</sup>, Johna von Neumanna<sup>7</sup> oraz Johna von Neumanna i Oskara Morgensterna<sup>8</sup>. Po drugiej wojnie światowej znaczne zasługi w jej rozwoju położyli John F. Nash<sup>9</sup>, Reinhard Selten<sup>10</sup> oraz John C. Harsányi<sup>11</sup>, za co zostali uhonorowani w 1994 roku Nagrodą Banku Szwecji im. Alfreda Nobla w dziedzinie ekonomii.

Teoria gier używana jest w wielu dyscyplinach. Oprócz ekonomii, na której gruncie znajduje najszersze zastosowania, wymieńmy: socjologię<sup>12</sup>,

<sup>4</sup> Dana kombinacja strategii jest efektywna w sensie Pareto, jeśli nie można podwyższyć wyniku jednego z graczy bez obniżenia wyniku któregośkolwiek z pozostałych graczy.

<sup>5</sup> E. Zermelo, *Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels*, „Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians” 1913, nr 2, s. 501–504.

<sup>6</sup> É. Borel, *La théorie du jeu et les équations intégrales à noyau symétrique gauche*, „Comptes Rendus de l'Académie des Sciences” 1921, 173, s. 1304–1308.

<sup>7</sup> J. von Neumann, *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*, „Mathematische Annalen” 1928, 100, s. 295–320.

<sup>8</sup> J. von Neumann, O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton 1944.

<sup>9</sup> J.F. Nash, *Non-cooperative games*, „Annals of Mathematics” 1951, 54(2), s. 286–295.

<sup>10</sup> R. Selten, *Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfragertragheit*, „Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft” 1965, nr 121 (2), s. 301–324.

<sup>11</sup> J.C. Harsányi, *Games with incomplete information played by 'Bayesian' players, I–III*, „Management Science” 1967–1968, nr 14 (3), s. 158–182; 14 (5), s. 320–334; 14 (7), s. 486–502.

<sup>12</sup> E.g. J. Bernard, *The theory of games of strategy as a modern sociology of conflict*, „American Journal of Sociology” 1954, nr 59 (5), s. 411–424; R. Swedberg, *Sociology and game theory: Contemporary and historical perspectives*, „Theory and Society” 2001, nr 30, s. 301–335; J. Poleszczuk, *Ewolucyjna teoria interakcji społecznych*, Warszawa 2004; J. Haman, *Gry*

politologię<sup>13</sup>, prawo<sup>14</sup>, filozofię<sup>15</sup>, psychologię<sup>16</sup>, biologię<sup>17</sup>, informatykę<sup>18</sup>, fizykę<sup>19</sup>.

Analizy teoriogrowe, podobnie zresztą jak badania prowadzone w ramach innych orientacji teoretyczno-metodologicznych, są dzisiaj istotnie wspomagane przez programy komputerowe. W wydatny sposób usprawniają one proces badawczy, niejednokrotnie umożliwiając uczonym odkrywanie wcześniej niedostępnych elementów i cech rozpatrywanych zjawisk. Jednym z nich jest Gambit.

## Ogólna charakterystyka programu Gambit

Gambit (<http://www.gambit-project.org/>) jest programem służącym do budowy oraz analiz matematycznych modeli konfliktu. Prace nad nim, a także nad pozostałymi narzędziami realizowanymi w ramach projektu

---

wokół nas. *Socjolog i teoria gier*, Warszawa 2014; M. Jasiński, *Decyzje w dużych grupach – gry oceaniczne w naukach społecznych*, „Decyzje” 2009, nr 12, s. 25–51.

- <sup>13</sup> E.g. S.J. Brams, *Game Theory and Politics*, New York 1975; P.C. Ordeshook (red.), *Game Theory and Political Science*, New York 1978; J.D. Morrow, *Game Theory for Political Scientists*, Princeton 1994; J.M. Colomer, *Game Theory and the Transition to Democracy: The Spanish Model*, Brookfield, Vt. 1995; Z.J. Pietraś, *Decydowanie polityczne*, Warszawa-Kraków 1998; J. Haman, *Teoria gier jako narzędzie politologa*, „Athenaeum” 2012, nr 36, s. 69–93.
- <sup>14</sup> E.g. D.G. Baird, R.H. Gertner, R.C. Picker, *Game Theory and the Law*, Cambridge, MA. 1994; W. Załuski, *Game Theory in Jurisprudence*, Kraków 2013.
- <sup>15</sup> E.g. B. de Bruin, *Game theory in philosophy*, „Topoi” 2005, 24(2), s. 197–208; T. Grüne-Yanoff, A. Lehtinen, *Philosophy of game theory*, [w:] U. Mäki (red.), *Handbook of the Philosophy of Economics*, Amsterdam 2012, 531–576.
- <sup>16</sup> E.g. J. Koziół, *Konflikt, teoria gier i psychologia*, Warszawa 1970; A.M. Colman, *Cooperation, psychological game theory, and limitations of rationality in social interaction*, „Behavioral and Brain Sciences” 2003, nr 26 (2), s. 139–198; C.F. Camerer, *Behavioral Game Theory: Experiments in Strategic Interaction*, Princeton 2003.
- <sup>17</sup> E.g. J. Maynard Smith, G.R. Price, *The logic of animal conflict*, „Nature” 1973, nr 246 (5427), s. 15–18; T.L. Vincent, J.S. Brown, *Evolutionary Game Theory, Natural Selection, and Darwinian Dynamics*, Cambridge 2005.
- <sup>18</sup> E.g. N. Linial, *Games computers play: Game-theoretic aspects of computing*, [w:] R.J. Aumann, S. Hart (red.), *Handbook of Game Theory*, t. II, Amsterdam 1994, s. 1340–1395; J.Y. Halpern, *A computer scientists looks at game theory*, „Games and Economic Behavior” 2003, vol. 45 (1), s. 114–132; N. Nisan, T. Roughgarden, É. Tardos, V.V. Vazirani (red.), *Algorithmic Game Theory*. Cambridge 2007.
- <sup>19</sup> E.g. E.W. Piotrowski, J. Śladowski, *An invitation to quantum game theory*, „International Journal of Theoretical Physics” 2003, vol. 42 (5), s. 1089–1099; M. Szopa, *Dlaczego w dylemat więźnia warto grać kwantowo?*, „Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach” 2014, nr 178, s. 174–189.

Gambit<sup>20</sup>, zostały zainicjowane w połowie lat 80. ubiegłego stulecia przez Richarda D. McKelveya, politologa z California Institute of Technology. Znaczący rozwój programu nastąpił w latach 90. dzięki wsparciu finansowemu National Science Foundation. W tym czasie do McKelveya dołączyli dwaj ekonomiści: Andrew McLennan z University of Queensland i Theodore L. Turocy z University of East Anglia. Ten drugi pełni obecnie funkcję kierownika projektu Gambit.

Status prawny Gambita uregulowany jest postanowieniami GNU General Public License (GNU GPL). W praktyce Powszechna Licencja Publiczna daje użytkownikom swobodę w wykorzystaniu oprogramowania („wolność 0”), w analizie jego działania („wolność 1”), stwarza możliwość niekomercyjnego rozpowszechniania jego kopii („wolność 2”) oraz dokonywania dowolnych modyfikacji („wolność 3”). Pliki instalacyjne Gambita w formatach właściwych dla systemów operacyjnych Microsoft Windows, Mac OS X oraz Linux pobrać można ze strony: <https://sourceforge.net/projects/gambit/files/>. Do analiz omówionych w dalszej części artykułu użyty został program w wersji 15.1.0.

Podstawowe funkcje programu Gambit, takie jak: możliwość otwierania zapisanych plików (File ⇨ Open, skrót klawiaturowy Ctrl+O), zmiana ustawień parametrów strony (File ⇨ Page Setup), podgląd wydruku (File ⇨ Print Preview) czy samo drukowanie (File ⇨ Print, skrót klawiaturowy Ctrl+P), nie powinny sprawić użytkownikom większych problemów, dlatego pominięto ich szczegółową analizę, pochyłono się natomiast nad możliwością zapisu gry. Modele budowane przy użyciu Gambita zapisuje się trzema sposobami:

- 1) wybierając File ⇨ Save (skrót klawiaturowy Ctrl+S) – gra zostanie zapisana w formacie \*.gbt;
- 2) wybierając File ⇨ Save as (skrót klawiaturowy Shift+Ctrl+S) – gra również zostanie zapisana w formacie \*.gbt;
- 3) wybierając File ⇨ Export – gra może zostać zapisana bądź w formacie \*.efg (model zostaje sprowadzony do postaci ekstensywnej), bądź w formacie \*.nfg (model zostaje sprowadzony do postaci strategicznej).

Przykłady ukazują wybrane obszary zastosowań modelowania teorii gry w politologicznej praktyce badawczej z wykorzystaniem programu Gambit. Pierwszy dotyczy szeroko rozumianej problematyki wyborczej, drugi – konfliktów zbrojnych.

<sup>20</sup> Mowa przede wszystkim o bibliotece programu Python (<https://pypi.python.org/pypi/gambit/0.1.5>); jej funkcje nie będą tu omawiane.

## Przykład – uczestnictwo w przedwyborczej debacie telewizyjnej

Rozważmy następującą sytuację<sup>21</sup>: w trakcie kampanii wyborczej dwaj czołowi kandydaci (oznaczeni odpowiednio  $K_1$  i  $K_2$ ) otrzymali propozycję wzięcia udziału w debacie telewizyjnej, której przebieg zaważyć może na wyniku wyborów. Każdy z nich dysponuje dwiema strategiami: zgodą na udział w dyskusji ( $Z$ ) lub odmową udziału ( $O$ ). Ponieważ jest to gra o sumie zerowej, to zysk jednego z kandydatów – mierzony w analizowanym przypadku przyrostem poparcia w punktach procentowych – oznacza dokładnie taką samą stratę drugiego kandydata. Co istotne, podejmują oni decyzje bez wiedzy o posunięciu przeciwnika.

Poniższa macierz gry prezentuje wypłaty przewidziane dla graczy na skutek obrania przez nich określonych strategii.

**Tabela 1.** Uczestnictwo w przedwyborczej debacie telewizyjnej

$K_1 \backslash K_2$	Z	O
Z	3, -3	1, -1*
O	-2, 2	0, 0

(x, y) = wypłata  $K_1$ , wypłata  $K_2$

\* równowaga Nasha

Źródło: opracowanie własne.

W tej grze  $K_1$  ma strategię silnie dominującą  $Z$ , ponieważ:  $3 > -2$  i  $1 > 0$ . Z kolei  $K_2$  nie ma strategii dominującej:  $-3 < -1$  i  $2 > 0$ . Oznacza to, że pierwszy kandydat powinien wyrazić zgodę na udział w debacie bez względu na wybór drugiego kandydata. W grze występuje jedna równowaga Nasha w strategiach czystych: ( $Z, O$ ) prowadząca do wyniku (1, -1). Kombinacja wypłat, zgodnie z którą pierwszy z polityków, zgadzając się na udział w dyskusji przed kamerami, otrzymuje dodatkowo 1% głosów, zaś drugi – odmawiając – traci dokładnie tyle samo, stanowi rozwiązanie gry.

W programie Gambit macierz gry generujemy, posługując się bądź menu tekstowym, bądź menu obrazkowym. Założmy, że korzystamy z tego pierwszego. Wybieramy z menu tekstowego File  $\Rightarrow$  New  $\Rightarrow$  Strategic game. Po pojawieniu się nowego okna i uzupełnieniu wypłat klikamy Tools  $\Rightarrow$  Dominance, aby zidentyfikować strategię silnie lub

<sup>21</sup> Przykład pochodzi z: F. Ryszka, *Nauka o polityce. Rozważania metodologiczne*, Warszawa 1984. W niniejszym tekście został on znacznie rozbudowany.

słabo dominujące. Następnie przechodzimy do Tools  $\Rightarrow$  Equilibrium, aby wyznaczyć równowagi Nasha. Gambit pozwala nam również obliczyć *quantal response equilibrium* (QRE). W tym celu wybieramy Tools  $\Rightarrow$  Qre. Funkcja ta jednak znajduje się jeszcze w fazie testów, dlatego pod względem płynności działania oraz jakości grafiki pozostawia wiele do życzenia.

Przeanalizujmy teraz ten sam przypadek, zakładając jednak, że gracze podejmują decyzje sekwencyjnie oraz że  $K_2$  wie, w którym wierzchołku decyzyjnym się znajduje (na drzewie gry (rys. 1) oznaczone, jako  $b$  i  $c$ ). Jak poprzednio  $K_1$  ma do wyboru dwie strategie:  $Z$  i  $O$ , natomiast  $K_2$  posiada tym razem cztery strategie:

- 1) jeżeli będę w wierzchołku  $b$ , to wybiorę  $Z$ , a jeżeli będę w wierzchołku  $c$ , to również wybiorę  $Z$  – strategia  $ZZ$ ;
- 2) jeżeli będę w wierzchołku  $b$ , to wybiorę  $Z$ , a jeżeli będę w wierzchołku  $c$ , to wybiorę  $O$  – strategia  $ZO$ ;
- 3) jeżeli będę w wierzchołku  $b$ , to wybiorę  $O$ , a jeżeli będę w wierzchołku  $c$ , to wybiorę  $Z$  – strategia  $OZ$ ;
- 4) jeżeli będę w wierzchołku  $b$ , to wybiorę  $O$ , a jeżeli będę w wierzchołku  $c$ , to również wybiorę  $O$  – strategia  $OO$ .

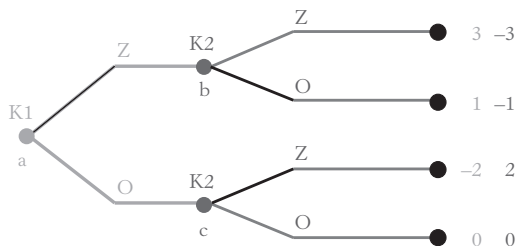
Po otwarciu Gambita automatycznie przechodzimy do ekstensywnej postaci gry. Graf generujemy, klikając najpierw w wierzchołek początkowy, następnie wybieramy z menu tekstowego Edit  $\Rightarrow$  Insert move. W nowym oknie klikamy Insert move for Player 1, następnie at a new information set oraz 2 z sekcji with...actions. Analogicznie postępujemy z wierzchołkami drugiego gracza, tym razem jednak zaznaczamy Insert move for Player 2. Po uzupełnieniu wypłat przechodzimy do Format  $\Rightarrow$  Layout, Format  $\Rightarrow$  Labels i Format  $\Rightarrow$  Font, aby poprawnie oznaczyć drzewo i sformatować czcionki. Strategie dominujące i równowagi Nasha wyznaczamy przy użyciu tych samych opcji co w strategicznej postaci gry. Eksport gotowego grafu odbywa się poprzez wybór File  $\Rightarrow$  Export. Użytkownik ma do dyspozycji następujące formaty plików:

- *Windows Bitmap* (rozszerzenie – \*.bmp) – rastrowy format plików graficznych korzystający z kompresji bezstratnej;
- *Joint Photographic Experts Group* (rozszerzenie – \*.jpg, \*.jpeg) – rastrowy format plików graficznych korzystający z kompresji stratnej;
- *Portable Network Graphics* (rozszerzenie – \*.png) – rastrowy format plików graficznych korzystający z kompresji bezstratnej;
- *PostScript files* (rozszerzenie – \*.ps) – język opisu strony stosowany w poligrafii;



- *Scalable Vector Graphics* (rozszerzenie – \*.svg) – format pliku służący do zapisu grafiki wektorowej.  
Poniższy graf został wyeksportowany do formatu JPEG.

**Rysunek 1.** Uczestnictwo w przedwyborczej debacie telewizyjnej



Źródło: opracowanie własne.

W tym wariantcie gry występują dwie czyste równowagi Nasha:  $(Z, OO)$  oraz  $(Z, OZ)$ , przy czym tylko druga stanowi doskonałą równowagę w podgrach<sup>22</sup>. Pierwsza równowaga opisuje sytuację, w której  $K_1$  decyduje się na udział w debacie, a  $K_2$  reaguje odmową na zgodę i odmową na odmowę; druga opisuje sytuację, w której  $K_1$  również zgadza się na uczestnictwo w debacie, natomiast  $K_2$  reaguje odmową na zgodę i zgodą na odmowę.

## Przykład – walka o wyspę

Rozpatrzmy teraz inny przykład<sup>23</sup>. Załóżmy, że graczami będą dwaj dowódcy wojskowi (oznaczeni kolejno jako  $D_1$  i  $D_2$ ). Pierwszy z nich przygotowuje potajemnie atak na wyspę. Ma do dyspozycji trzy strategie: nie wysłać żadnych okrętów ( $R$ ) (posunięcie to oznacza rezygnację z inwazji), wysłać niewielki związek taktyczny okrętów ( $NZT$ ) bądź wyekspediować dużą flotyllę ( $DF$ ). Drugi dowódca natomiast, którego siły stacjonują na wyspie, może wprowadzić zaobserwować zbliżającego się wroga, jednak z uwagi na złe warunki atmosferyczne nie jest w stanie określić liczby okrętów, które zmierzają w kierunku wyspy (jest to

<sup>22</sup> Doskonała równowaga Nasha w podgrach jest wyznaczana na podstawie rozumowania zwanego indukcją wsteczną. Polega ono na analizie drzewa gry „od końca”.

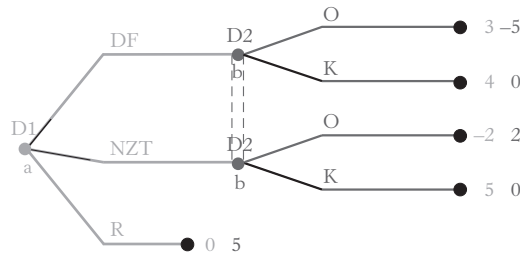
<sup>23</sup> Pochodzi on z: N. McCarty, A. Meirowitz, *Political Game Theory: An Introduction*, Cambridge 2007, s. 167–168.

zatem gra o informacji niedoskonałej; na poniższym grafie sytuację tę odzwierciedla przerywana linia łącząca wierzchołki  $b$  w jeden zbiór informacyjny). Stoi on przed następującym wyborem: obrona wyspy ( $O$ ) lub kapitulacja bez walki ( $K$ ).

Podobnie jak w poprzednim przykładzie graf generujemy, klikając najpierw w wierzchołek początkowy, a następnie wybierając z menu tekstowego Edit  $\Rightarrow$  Insert move. W nowym oknie wybieramy Insert move for Player 1, następnie at a new information set oraz 3 z sekcji with... actions. Po uzupełnieniu wypląt w wierzchołku oznaczającym rezygnację z inwazji klikamy w kolejny wierzchołek, wybierając Insert move for Player 2, później at a new information set oraz 2 w sekcji with... actions. Powtarzamy tę procedurę w ostatnim wierzchołku, wybieramy jednak at information set 1 (2 actions, 1 member node), aby stworzyć jeden zbiór informacyjny.

Tym razem graf został zapisany w formacie wektorowym SVG.

Rysunek 2. Walka o wyspę



Źródło: opracowanie własne.

W razie gdyby  $D_1$  zrezygnował z zajęcia wyspy,  $D_2$  może liczyć na wygraną rzędu 5 jednostek użyteczności mierzonych, dajmy na to, w milionach ton oleju ekwiwalentnego (Mtoe) (załóżmy, że wyspa jest bogata w surowce energetyczne). Jeżeli  $D_1$  zdecyduje się skierować do walki niewielki związek taktyczny okrętów, to  $D_2$  rezygnując z obrony, niczego nie uzyska, ale także niczego nie straci, co wynika z wynegocjowanych warunków kapitulacji; z kolei  $D_1$  wygra 5 Mtoe. Obrona wyspy skutkować będzie utrzymaniem jej w posiadaniu  $D_2$  z wypłatą 2 Mtoe przy takiej samej stracie agresora. Jeżeli zaś  $D_1$  wyśle przeciw obrońcom o wiele większe siły, to  $D_2$ , poddając się, również niczego nie straci (warunki kapitulacji),  $D_1$  uzyska natomiast 4 Mtoe. Obrona będzie w tym przypadku kontrskuteczna –  $D_2$  straci 5 Mtoe, z kolei  $D_1$ , zajmując wyspę, otrzyma 3 Mtoe.

Na wybór strategii przez  $D_2$  wpływać będą jego wyobrażenia o możliwych posunięciach  $D_1$  (być może ukształtowane pod wpływem analogicznych wydarzeń z przeszłości). Jeśli uwierzy, że  $P(DF) = 1$ , to najlepszą odpowiedzią będzie kapitulacja, i na odwrót – jeżeli dojdzie do przekonania, że  $P(DF) = 0$ , to powinien się bronić. Dokładnie to samo można powiedzieć o sytuacji, w której znalazł się  $D_1$ . Jego wybór również zeterminowany będzie przez przewidywania racjonalnej odpowiedzi przeciwnika<sup>24</sup>. Gra nie ma bayesowskiej równowagi doskonałej<sup>25</sup> w strategiach czystych, istnieje natomiast jedna doskonała równowaga Bayesa w strategiach mieszanych (zrandomizowanych). Jak już sygnalizowano, jest to sytuacja, w której gracze wybierać mogą kombinacje dostępnych im strategii z określonym prawdopodobieństwem. Stosowanie „generatora” losowego nabiera jednak sensu dopiero przy wielokrotnym powtarzaniu gry, czego program Gambit niestety nie oferuje.

Załóżmy, że  $D_1$  wybiera strategię  $DF$  z prawdopodobieństwem  $p$ , a strategię  $NZT$  z prawdopodobieństwem  $(1-p)$ . Następnie załóżmy, że  $D_2$  decyduje się na strategię  $O$  z prawdopodobieństwem  $q$ , zaś na strategię  $K$  z prawdopodobieństwem  $(1-q)$ . Przyjmując  $u_{D_2}(O) \sim u_{D_2}(K)$ , (indyferencja  $D_2$  wobec wypłat związanych z obraniem strategii  $O$  lub  $K$ ) szukamy takiego  $p$ , że

$$-5p + 2(1-p) = 0p + 0(1-p), \quad (1)$$

co po przekształceniu daje

$$p = \frac{2}{7}.$$

Przyjmując natomiast

$$u_{D_1}(DF) \sim u_{D_1}(NTZ),$$

szukamy takiego  $q$ , że

<sup>24</sup>  $D_1$  wybierając  $DF$  na pewno nie przegra, jednak bardziej kuszący może się dla niego okazać wybór  $NZT$  i nadzieja, że  $D_2$  zdecyduje się na  $K$ .  $D_2$  natomiast najwięcej straci, jeśli zagra  $O$  w sytuacji, gdy  $D_1$  postanowił nie ryzykować i zagrać  $DF$ .

<sup>25</sup> W grach z kolejnymi posunięciami i niekompletną informacją stosowana jest bayesowska równowaga doskonała. W większym stopniu uwzględnia ona racjonalność sekwencyjną, czyli założenie, że gracze powinni maksymalizować użyteczność, počawszy od każdego odpowiadającego im zbioru informacyjnego.

$$3q + 4(1 - q) = -2q + 5(1 - q), \quad (2)$$

co daje  $q = \frac{1}{6}$ . W efekcie otrzymujemy profil strategii, zgodnie z którym  $D_1$  powinien wybierać  $DF$  z prawdopodobieństwem  $\frac{2}{7} \approx 0,286$ , a  $NZT$  z prawdopodobieństwem  $\frac{5}{7} \approx 0,714$ , z kolei  $D_2$  powinien wybierać  $O$  z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{6} \approx 0,167$ , a  $K$  z prawdopodobieństwem  $\frac{5}{6} \approx 0,833$ . Stanowi on doskonałą równowagę Bayesa w strategiach mieszanych. Innymi słowy, przy wybranej strategii mieszanej gracza pierwszego przypisana strategia mieszana gracza drugiego jest najlepszą odpowiedzią. I na odwrót, przy wybranej strategii mieszanej gracza drugiego przypisana strategia mieszana gracza pierwszego tworzy najlepszą odpowiedź.

Finalnie po wyznaczeniu prawdopodobieństwa wyboru określonych kombinacji strategii

$$P(DF, O) = 0,286 \cdot 0,167 \approx 0,048, \quad (3)$$

$$P(DF, K) = 0,286 \cdot 0,833 \approx 0,238, \quad (4)$$

$$P(NZT, O) = 0,714 \cdot 0,167 \approx 0,119, \quad (5)$$

$$P(NZT, K) = 0,714 \cdot 0,833 \approx 0,595, \quad (6)$$

obliczamy wartość oczekiwaną wypłaty dla  $D_1$

$$E(u_{D_1}) = 3 \cdot 0,048 + 4 \cdot 0,238 - 2 \cdot 0,199 + 5 \cdot 0,595 = 3,833, \quad (7)$$

oraz dla  $D_2$

$$E(u_{D_2}) = -5 \cdot 0,048 + 2 \cdot 0,119 - 0 \cdot 0,238 + 0 \cdot 0,595 = 0. \quad (7)$$

Randomizując swoje strategie,  $D_1$  może spodziewać się średniej wypłaty w wysokości 3,833 Mtoe,  $D_2$  natomiast niczego nie uzyska, ale również niczego nie straci.

## **Podsumowanie**

Teoria gier wykorzystywana jest w wielu dyscyplinach stanowiąc niejednokrotnie bodziec inspirujący i dynamizujący ich rozwój. W politologii znajduje ona zastosowanie w badaniach zachowań wyborczych i zachowań legislacyjnych, w analizach procesów formowania koalicji politycznych oraz w analizach zagadnień związanych z demokratyzacją, bezpieczeństwem międzynarodowym i konfliktami zbrojnymi. W niniejszym artykule skoncentrowano się na dwóch obszarach możliwych zastosowań, tj. na problematyce wyborczej oraz na konfliktach zbrojnych. Do budowy modeli w rozpatrywanych przykładach użyto programu Gambit.

Istotną przesłankę wyboru Gambita stanowi jego funkcjonalność – pozwala na szybkie i sprawne budowanie modeli teoriogrowych, jest przejrzysty oraz intuicyjny. Cechy te czynią go na tle innych programów narzędziem skrojonym wprost na potrzeby dydaktyczne w politologii. Za stosowaniem tego programu przemawia ponadto jego niekomercyjność. Ograniczenia patentowe nakładane na oprogramowanie komputerowe hamują przepływ wiedzy, stając się w dalszej perspektywie czynnikiem obniżającym innowacyjność i konkurencyjność gospodarki. Z tego też względu posiadają wszelkie znamiona praktyk moralnie nagannych.

Oprócz niewątpliwie mocnych stron, tj. wysokiej ergonomii oraz stosunkowo niewielkiego stopnia skomplikowania, Gambit ma również kilka wad. Możliwości programu, które w zupełności zaspokoić powinny potrzeby użytkowników z podstawową wiedzą z zakresu teorii gier, mogą okazać się niewystraczające dla użytkowników zaawansowanych. Innymi słowy, prostota Gambita odbija się negatywnie na funkcjach, które ma do zaoferowania. Pozwala on jedynie na modelowanie gier skończonych. Ponadto, niektóre jego funkcje, np. możliwość wyznaczania QRE, znajdują się jeszcze w fazie testów, przez co ich przydatność jest bardzo ograniczona.

## **STRESZCZENIE**

W polskiej literaturze politologicznej teoria gier nie jest tematem podejmowanym zbyt często. Do nielicznych opracowań poruszających tę problematykę należą książki i artykuły Ziemowita Jacka Pietrasia. Niniejszy artykuł stanowi jeden z elementów próbujących wypełnić tę lukę. Jego celem jest prezentacja wybranych zastosowań programu Gambit w teoriogrowych analizach zjawisk politycznych.

Prostota w użyciu programu i ogólna dostępność są przesłankami tezy, że może on stanowić, nie tylko narzędzie o istotnych zastosowaniach badawczych, ale również środek dydaktyczny wydatnie wspomagający proces przyswajania podstaw teorii gier.

*Mateusz Wajzer*

## GAME THEORY ANALYSES OF POLITICAL PHENOMENA WITH THE USE OF GAMBIT SOFTWARE

The game theory is an issue that is seldom raised in the Polish political science literature. Among the few papers that deal with this topic are the books and articles by Ziemowit Jacek Pietraś. This article is aimed among others at filling this gap. It presents selected applications of Gambit in the game theory analyses of political phenomena. The simplicity of use and general accessibility of the software constitute grounds for the assertion that Gambit may not only be a tool offering valuable applications in research but also an educational aid considerably facilitating the process of learning game theory basics.

**KEY WORDS:** *Gambit, game theory, political phenomena, mathematical models, IT tools*

### Bibliografia

- Baird D.G., Gertner R.H., Picker R.C., *Game Theory and the Law*, Cambridge, MA. 1994.
- Bernard J., *The theory of games of strategy as a modern sociology of conflict*, „American Journal of Sociology” 1954, nr 59 (5).
- Borel É., *La théorie du jeu et les équations intégrales à noyau symétrique gauche*, „Comptes Rendus de l'Académie des Sciences” 1921, nr 173.
- Brams S.J., *Game Theory and Politics*, New York 1975.
- Camerer C.F., *Behavioral Game Theory: Experiments in Strategic Interaction*, Princeton 2003.
- Colman A.M., *Cooperation, psychological game theory, and limitations of rationality in social interaction*, „Behavioral and Brain Sciences” 2003, nr 26 (2).
- Colomer J.M., *Game Theory and the Transition to Democracy: The Spanish Model*, Brookfield, Vt. 1995.
- Bruin de B., *Game theory in philosophy*, „Topoi” 2005, nr 24 (2).
- Grüne-Yanoff T., Lehtinen A., *Philosophy of game theory*, [w:] U. Mäki (red.), *Handbook of the Philosophy of Economics*, Amsterdam 2012.
- Halpern J.Y., *A computer scientists looks at game theory*, „Games and Economic Behavior” 2003, nr 45 (1).
- Haman J., *Teoria gier jako narzędzie politologa*, „Athenaeum” 2012, nr 36.
- Haman J., *Gry wokół nas. Socjolog i teoria gier*, Warszawa 2014.

- Harsányi J.C., *Games with incomplete information played by 'Bayesian' players, I–III*, „Management Science” 1967–1968.
- Jasiński M., *Decyzje w dużych grupach – gry oceaniczne w naukach społecznych*, „Decyzje” 2009, nr 12.
- Kozielecki J., *Konflikt, teoria gier i psychologia*, Warszawa 1970.
- Linial N., *Games computers play: Game-theoretic aspects of computing*, [w:] R.J. Aumann, S. Hart (red.), *Handbook of Game Theory*, t. II, Amsterdam 1994.
- Malawski M., Wieczorek A., Sosnowska H., *Konkurencja i kooperacja. Teoria gier w ekonomii i naukach społecznych*, Warszawa 1997.
- Maynard Smith J., Price G.R., *The logic of animal conflict*, „Nature” 1973, nr 246 (5427).
- McCarty N., Meirowitz A., *Political Game Theory: An Introduction*, Cambridge 2007.
- Morrow J.D., *Game Theory for Political Scientists*, Princeton 1994.
- Myerson R.B., *Game Theory: Analysis of Conflict*, Cambridge-London 1997.
- Nash J.F., *Non-cooperative games*, „Annals of Mathematics” 1951, nr 54 (2).
- Nisan N., Roughgarden T., Tardos É., Vazirani V.V. (red.), *Algorithmic Game Theory*. Cambridge 2007.
- Ordeshook P.C. (red.), *Game Theory and Political Science*, New York 1978.
- Poleszczuk J., *Ewolucyjna teoria interakcji społecznych*, Warszawa 2004.
- Pietraś Z.J., *Decydowanie polityczne*, Warszawa-Kraków 1998.
- Piotrowski E.W., Śladkowski J., *An invitation to quantum game theory*, „International Journal of Theoretical Physics” 2003, nr 42 (5).
- Ryszka F., *Nauka o polityce. Rozważania metodologiczne*, Warszawa 1984.
- Selten R., *Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfragerträglichkeit*, „Zeitschrift für die gesamte Staatwissenschaft” 1965, nr 121 (2).
- Swedberg R., *Sociology and game theory: Contemporary and historical perspectives*, „Theory and Society” 2001, nr 30.
- Szopa M., *Dlaczego w dylemat więźnia warto grać kwantowo?* „Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach” 2014, nr 178.
- Vincent T.L., Brown J.S., *Evolutionary Game Theory, Natural Selection, and Darwinian Dynamics*, Cambridge 2005.
- Neumann von J., *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*, „Mathematische Annalen” 1928, nr 100.
- Neumann von J., Morgenstern O., *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton 1944.
- Zański W., *Game Theory in Jurisprudence*, Kraków 2013.
- Zański W., *Racjonalność i teoria gier*, [w:] M. Gorazda, Ł. Hardt, T. Kwarciniński (red.), *Metaekonomia. Zagadnienia z filozofii ekonomii*, Kraków 2016.
- Zermelo E., *Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels*, „Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians” 1913, nr 2.